Notion de fonction

Cours

Troisième

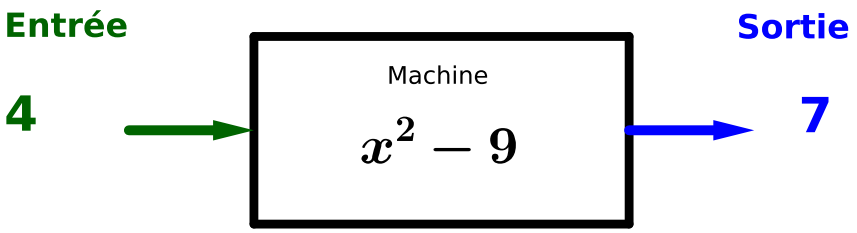
Collège Jean Rostand

2015

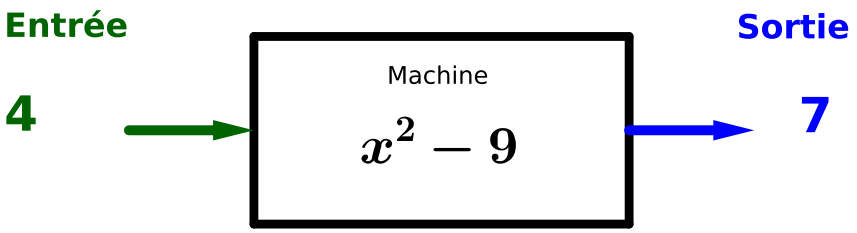
1. Qu'est-ce qu'une fonction ?

Une fonction peut être assimilée à une machine comportant une entrée et une sortie. Chaque nombre entré dans la machine subit un certain nombre d'opérations avant de produire un résultat qui s'affiche à la sortie.
Prenons un exemple ...

Exemple



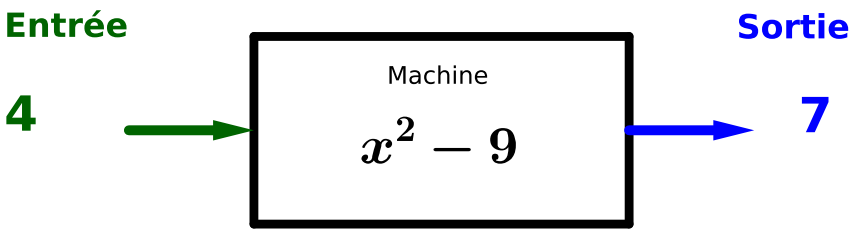
Exemple



Le nombre choisi est 4. Il entre dans la machine qui effectue le calcul suivant :

$$4^2 - 9 = 16 - 9 = 7$$

Exemple



Le nombre choisi est 4. Il entre dans la machine qui effectue le calcul suivant :

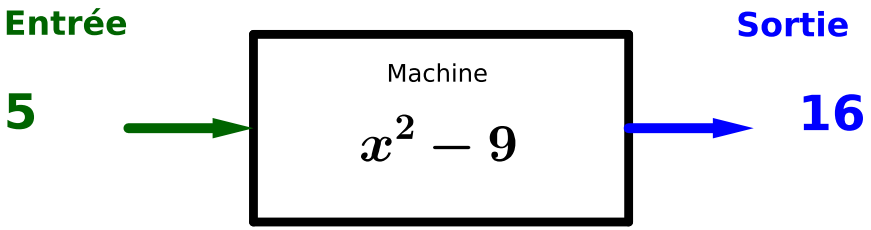
$$4^2 - 9 = 16 - 9 = 7$$

Le résultat obtenu est 7.
On dit que 7 est *l'image* de 4 par cette fonction.
On dit également que 4 est un *antécédent* de 7 par cette fonction.

Que se passe-t-il si le nombre choisi est 5 ?

Que se passe-t-il si le nombre choisi est 5 ?

$$5^2 - 9 = 25 - 9 = 16.$$

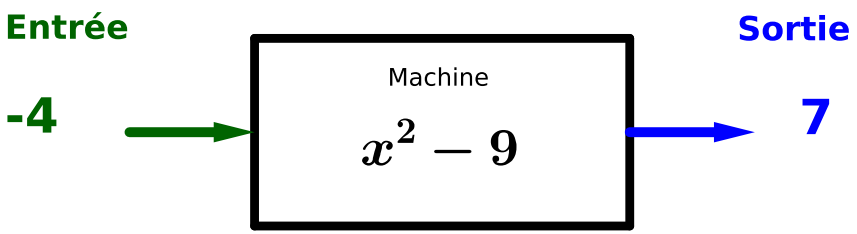


Le nombre 5 a pour *image* 16.
Et donc, 16 a pour *antécédent* 5.

Que se passe-t-il si le nombre choisi est -4 ?

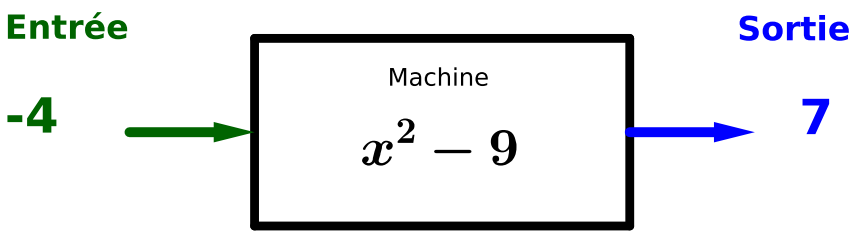
Que se passe-t-il si le nombre choisi est -4 ?

$$(-4)^2 - 9 = 16 - 9 = 7$$



Que se passe-t-il si le nombre choisi est -4 ?

$$(-4)^2 - 9 = 16 - 9 = 7$$



Le résultat est 7 donc -4 a pour image 7.
On constate que les nombres 4 et -4 ont la même image.
Cela montre que 7 a deux antécédents par cette fonction : 4 et -4.

Voyons ce qu'il faut retenir après cette première approche.

Vocabulaire

Voyons ce qu'il faut retenir après cette première approche.

Vocabulaire

- À chaque nombre choisi, une fonction fait correspondre un nombre et un seul.

Voyons ce qu'il faut retenir après cette première approche.

Vocabulaire

- À chaque nombre choisi, une fonction fait correspondre un nombre et un seul.
- Le résultat obtenu est appelé image.

Voyons ce qu'il faut retenir après cette première approche.

Vocabulaire

- À chaque nombre choisi, une fonction fait correspondre un nombre et un seul.
- Le résultat obtenu est appelé image.
- Deux nombres différents peuvent avoir la même image. On dit que ce sont des antécédents de cette image.

2. Notation

Représenter une fonction par une machine est utile pour en comprendre le fonctionnement, mais ce n'est pas une façon « économique » d'écrire les choses. C'est pourquoi il est utile de donner un nom à chaque fonction étudiée. Reprenons l'exemple précédent et nommons f la fonction en question. On peut alors écrire :

2. Notation

Représenter une fonction par une machine est utile pour en comprendre le fonctionnement, mais ce n'est pas une façon « économique » d'écrire les choses. C'est pourquoi il est utile de donner un nom à chaque fonction étudiée. Reprenons l'exemple précédent et nommons f la fonction en question. On peut alors écrire :

$$f : x \longmapsto x^2 - 9.$$

2. Notation

Représenter une fonction par une machine est utile pour en comprendre le fonctionnement, mais ce n'est pas une façon « économique » d'écrire les choses. C'est pourquoi il est utile de donner un nom à chaque fonction étudiée. Reprenons l'exemple précédent et nommons f la fonction en question. On peut alors écrire :

$$f : x \longmapsto x^2 - 9.$$

Ce qui se lit : f est la fonction qui, à un nombre x quelconque, fait correspondre le nombre $x^2 - 9$.
Il faut garder à l'esprit le fait que la lettre f ne désigne pas un nombre mais un procédé de calcul.

Calculs d'images

Il devient alors facile de rédiger le calcul de l'image d'un nombre. On a par exemple :

Calculs d'images

Il devient alors facile de rédiger le calcul de l'image d'un nombre. On a par exemple :

$$f(4) = 4^2 - 9 = 16 - 9 = 7.$$

Cela permet d'affirmer que 4 a pour image 7 par la fonction f.

Calculs d'images

Il devient alors facile de rédiger le calcul de l'image d'un nombre. On a par exemple :

$$f(4) = 4^2 - 9 = 16 - 9 = 7.$$

Cela permet d'affirmer que 4 a pour image 7 par la fonction f.

Calculons maintenant l'image de 10 par la fonction f.

$$f(10) = 10^2 - 9 = 100 - 9 = 91$$

10 a pour image 91 par la fonction f.

Vérifier qu'un nombre est un antécédent

On peut vouloir vérifier qu'un nombre est un antécédent. Par exemple, est-il vrai que 3 est un antécédent de 0 ?

Vérifier qu'un nombre est un antécédent

On peut vouloir vérifier qu'un nombre est un antécédent. Par exemple, est-il vrai que 3 est un antécédent de 0 ?

$$f(3) = 3^2 - 9 = 9 - 9 = 0$$

Donc c'est vrai.

Vérifier qu'un nombre est un antécédent

On peut vouloir vérifier qu'un nombre est un antécédent. Par exemple, est-il vrai que 3 est un antécédent de 0 ?

$$f(3) = 3^2 - 9 = 9 - 9 = 0$$

Donc c'est vrai.

De la même façon, -8 est-il un antécédent de 1 ?

Vérifier qu'un nombre est un antécédent

On peut vouloir vérifier qu'un nombre est un antécédent. Par exemple, est-il vrai que 3 est un antécédent de 0 ?

$$f(3) = 3^2 - 9 = 9 - 9 = 0$$

Donc c'est vrai.

De la même façon, -8 est-il un antécédent de 1 ?

$$f(-8) = (-8)^2 - 9 = 64 - 9 = 55$$

Donc c'est faux.
En revanche, 1 a pour image -8 ...

3. Tableau de valeurs

Après avoir calculé l'image de plusieurs nombres par une fonction, il peut s'avérer utile de regrouper les résultats obtenus dans un tableau. Si l'on reprend la fonction f étudiée précédemment, on peut construire le tableau ci-dessous.

3. Tableau de valeurs

Après avoir calculé l'image de plusieurs nombres par une fonction, il peut s'avérer utile de regrouper les résultats obtenus dans un tableau. Si l'on reprend la fonction f étudiée précédemment, on peut construire le tableau ci-dessous.

x	-8	-4	1	3	4	5	10
$f(x)$	55	7	-8	0	7	16	91

3. Tableau de valeurs

Après avoir calculé l'image de plusieurs nombres par une fonction, il peut s'avérer utile de regrouper les résultats obtenus dans un tableau. Si l'on reprend la fonction f étudiée précédemment, on peut construire le tableau ci-dessous.

x	-8	-4	1	3	4	5	10
$f(x)$	55	7	-8	0	7	16	91

Dans la première colonne, x désigne un nombre quelconque et $f(x)$ son image. La lecture de ce tableau nous rappelle, par exemple, que 5 a pour image 16 ou que le nombre 7 a deux antécédents : 4 et -4.

4. Représentation graphique

Coordonnées d'un point

Dans un repère, les deux nombres qui permettent de placer un point s'appellent ses *coordonnées*.

4. Représentation graphique

Coordonnées d'un point

Dans un repère, les deux nombres qui permettent de placer un point s'appellent ses *coordonnées*.

- Le premier nombre, lu sur l'axe horizontal, s'appelle *l'abscisse*.

4. Représentation graphique

Coordonnées d'un point

Dans un repère, les deux nombres qui permettent de placer un point s'appellent ses *coordonnées*.

- Le premier nombre, lu sur l'axe horizontal, s'appelle *l'abscisse*.
- Le deuxième, lu sur l'axe vertical, s'appelle *l'ordonnée*.

4. Représentation graphique

Coordonnées d'un point

Dans un repère, les deux nombres qui permettent de placer un point s'appellent ses *coordonnées*.

- Le premier nombre, lu sur l'axe horizontal, s'appelle *l'abscisse*.
- Le deuxième, lu sur l'axe vertical, s'appelle *l'ordonnée*.

Exemple

$A(2\ ;\ -1)$ se lit « le point A a pour coordonnées 2 et -1 ».
2 est l'abscisse et -1 est l'ordonnée.
De la même façon, on a : $B(-1\ ;\ 2)$.

4. Représentation graphique

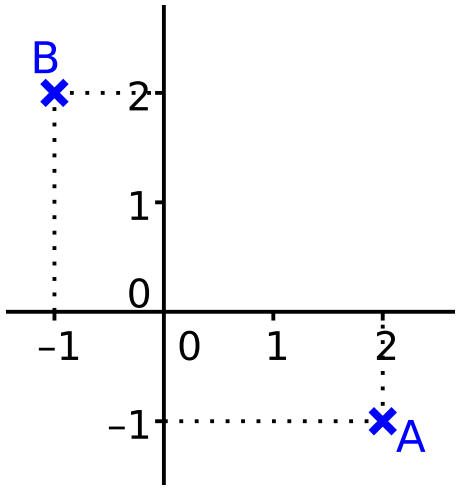
Coordonnées d'un point

Dans un repère, les deux nombres qui permettent de placer un point s'appellent ses *coordonnées*.

- Le premier nombre, lu sur l'axe horizontal, s'appelle *l'abscisse*.
- Le deuxième, lu sur l'axe vertical, s'appelle *l'ordonnée*.

Exemple

$A(2\ ;\ -1)$ se lit « le point A a pour coordonnées 2 et -1 ».
2 est l'abscisse et -1 est l'ordonnée.
De la même façon, on a : $B(-1\ ;\ 2)$.



Graphique d'une fonction

Si l'on dispose d'un assez grand tableau de valeurs regroupant des nombres et leurs images par une fonction, on peut alors représenter cette fonction par un graphique dans un repère. À chaque couple

(un nombre ; l'image de ce nombre)

on associe un point.

Graphique d'une fonction

Si l'on dispose d'un assez grand tableau de valeurs regroupant des nombres et leurs images par une fonction, on peut alors représenter cette fonction par un graphique dans un repère. À chaque couple

(un nombre ; l'image de ce nombre)

on associe un point.

- Le nombre (ou antécédent) sera l'abscisse du point.

Graphique d'une fonction

Si l'on dispose d'un assez grand tableau de valeurs regroupant des nombres et leurs images par une fonction, on peut alors représenter cette fonction par un graphique dans un repère. À chaque couple

(un nombre ; l'image de ce nombre)

on associe un point.

- Le nombre (ou antécédent) sera l'abscisse du point.
- L'image sera l'ordonnée du point.

Ainsi, on obtiendra autant de points que de couples (nombre ; image).

Graphique d'une fonction

Si l'on dispose d'un assez grand tableau de valeurs regroupant des nombres et leurs images par une fonction, on peut alors représenter cette fonction par un graphique dans un repère. À chaque couple

(un nombre ; l'image de ce nombre)

on associe un point.

- Le nombre (ou antécédent) sera l'abscisse du point.
- L'image sera l'ordonnée du point.

Ainsi, on obtiendra autant de points que de couples (nombre ; image).

En pratique, il est impossible de placer tous les points. On se contente d'en placer quelques uns et de les relier. Aujourd'hui nous disposons de logiciels qui permettent de placer un très grand nombre de points et d'obtenir une bonne représentation graphique d'une fonction.

Exemple

Revenons à notre fonction f définie par :

$$f : x \longmapsto x^2 - 9.$$

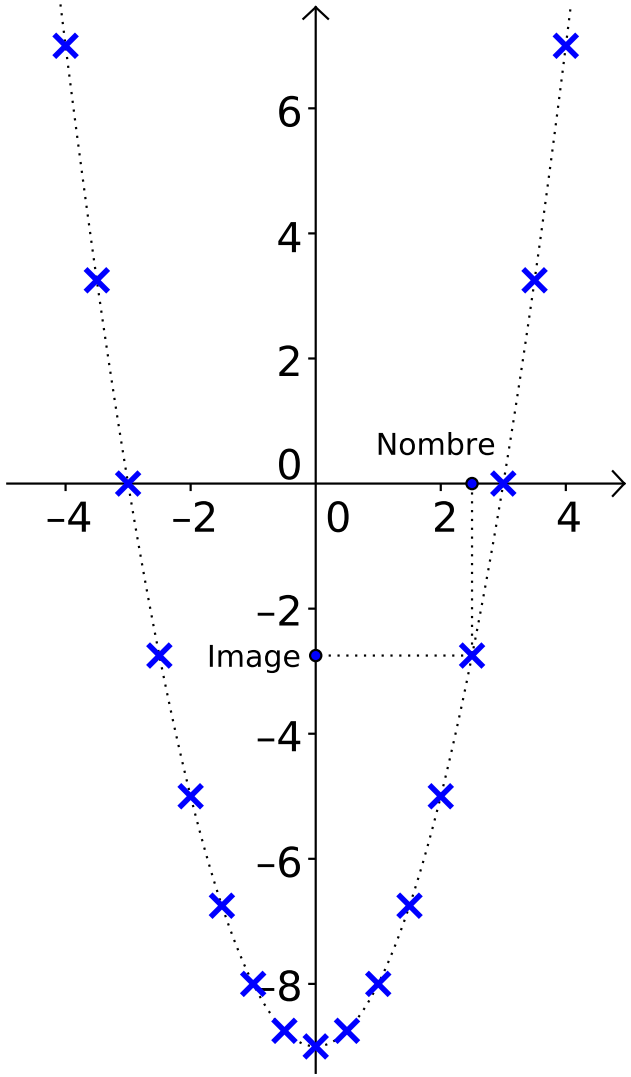
Après avoir calculé l'image des nombres allant de -4 à 4 avec un pas de $0,5$ (on ajoute $0,5$ à chaque fois), nous avons placé les 17 points correspondants.

Exemple

Revenons à notre fonction f définie par :

$$f : x \longmapsto x^2 - 9.$$

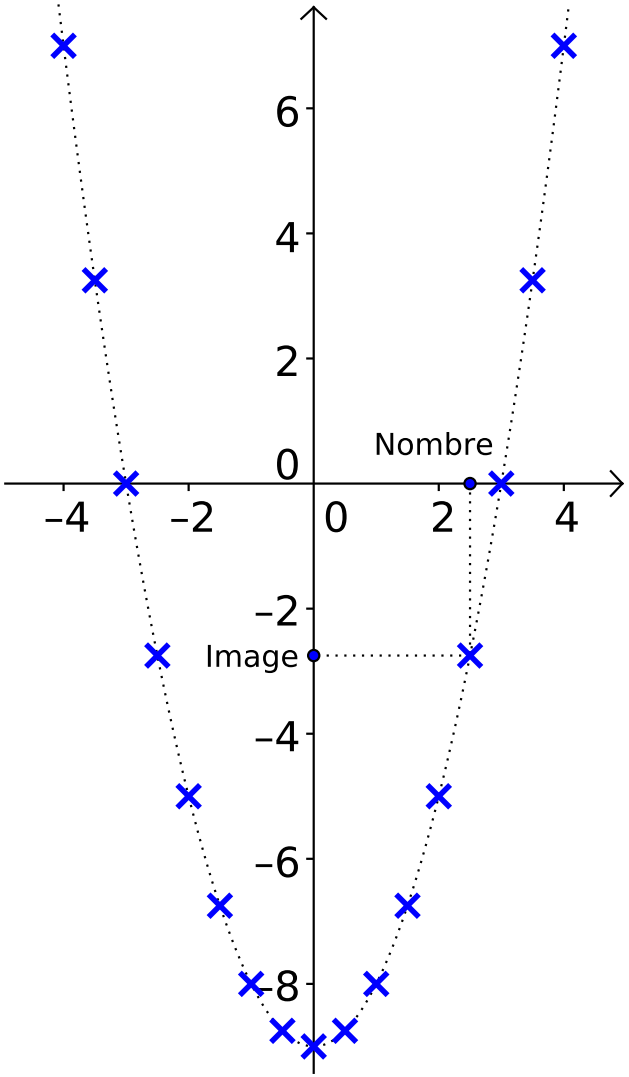
Après avoir calculé l'image des nombres allant de -4 à 4 avec un pas de $0,5$ (on ajoute $0,5$ à chaque fois), nous avons placé les 17 points correspondants.



Exemple

Revenons à notre fonction f définie par :

$$f : x \longmapsto x^2 - 9.$$

Après avoir calculé l'image des nombres allant de -4 à 4 avec un pas de $0,5$ (on ajoute $0,5$ à chaque fois), nous avons placé les 17 points correspondants.

Les points obtenus dessinent une courbe appelée *parabole*, mais cela est une autre histoire ...